

**МЕТОДЫ И СРЕДСТВА РАЗДЕЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ПАРАМЕТРОВ ДВУХЭЛЕМЕНТНЫХ ДВУХПОЛЮСНЫХ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ¹**

Аннотация. Рассматриваются новые методы и средства раздельного определения параметров двухполюсных электрических цепей по мгновенным значениям переходных процессов, обеспечивающие сокращение времени измерения. Приводятся результаты анализа влияния погрешности квантования мгновенных значений сигналов на погрешность измерения параметров.

Ключевые слова: двухполюсные электрические цепи, переходный процесс, погрешность квантования.

Abstract. New methods and means of separate definition of parameters of bipolar electric chains on instant values of the transients, providing reduction of time of measurement are considered. Results of the analysis of influence of an error of quantization of instant values of signals on an error of measurement of parameters are resulted.

Keywords: bipolar electric chains, transient, quantization error.

При разработке методов и средств определения параметров двухполюсных электрических цепей (ДЭЦ) одним из главных этапов является построение схемы замещения двухполюсных электрических цепей на основе априорной информации об объекте исследования и непосредственное измерение значений параметров элементов, из которых составлена структура ДЭЦ.

В ряде случаев при определенных ограничениях использование априорной информации о модели объекта исследования позволяет свести ДЭЦ к линейной двухэлементной двухполюсной электрической цепи (ДДЭЦ), что значительно упрощает раздельное определение ее параметров.

Методы раздельного определения параметров ДЭЦ на переменном токе достаточно хорошо изучены и продолжают успешно совершенствоваться. Однако определение параметров ДЭЦ при подключении к измерительной цепи (ИЦ) напряжения постоянного тока только начинает использоваться на практике. За счет обработки мгновенных значений переходных процессов, возникающих в ИЦ, может быть решена важная задача – сокращение времени измерения [1].

Рассмотрим новые методы и средства раздельного измерения ДДЭЦ на примере определения индуктивности и активного сопротивления катушки индуктивности.

Ток в ИЦ, содержащей катушку с индуктивностью L_X и активным сопротивлением R_X и образцовое сопротивление R_0 , при подключении к ней напряжения постоянного тока U_0 описывается выражением

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 08-08-00288.

$$i(t) = \frac{U_0}{R_0 + R_X} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right),$$

где $\tau = \frac{L_X}{R_0 + R_X}$.

Напряжение на зажимах катушки

$$u(t) = \frac{U_0}{R_0 + R_X} \left(R_X + R_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$

Переходный процесс, возникающий в данной измерительной цепи, характеризуется в общем случае пятью параметрами: L_X , R_X , R_0 , U_0 и текущим временем t , поскольку процесс не периодический, один из которых (R_0) известен. Для упрощения решения задачи определения параметров ДДЭЦ будем измерять мгновенные значения переходного процесса через образцовый интервал времени Δt с момента подачи напряжения U_0 . В этом случае составим систему трех уравнений:

$$\begin{cases} \frac{U_0}{R_0 + R_X} \left(R_X + R_0 e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right) = u(t_1), \\ \frac{U_0}{R_0 + R_X} \left(R_X + R_0 e^{-\frac{2\Delta t}{\tau}} \right) = u(t_2), \\ \frac{U_0}{R_0 + R_X} \left(R_X + R_0 e^{-\frac{3\Delta t}{\tau}} \right) = u(t_3). \end{cases} \quad (1)$$

Разработанный метод [1] основан на решении системы уравнений (1). Метод заключается в том, что на измерительную цепь, состоящую из последовательно включенных образцового резистора с известным значением сопротивления R_0 и катушки индуктивности, подают напряжение постоянного тока U_0 ; через образцовый интервал времени Δt с момента подачи напряжения измеряют первое мгновенное значение напряжения на катушке индуктивности $u(t_1)$; через такой же интервал времени с момента первого измерения измеряют второе мгновенное значение напряжения на катушке индуктивности $u(t_2)$; через такой же интервал времени измеряют третье мгновенное значение напряжения на катушке индуктивности $u(t_3)$; определяют неизвестные индуктивность и сопротивление по измеренным значениям.

Временные диаграммы для данного метода представлены на рис. 1.

С учетом мгновенных значений переходного процесса (1) определим следующие отношения:

$$\frac{u(t_3) - u(t_2)}{u(t_2) - u(t_1)} = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}; \quad (2)$$

$$\frac{u(t_1)}{u(t_2) - u(t_1)} = \frac{R_X + R_0 e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}{R_0 e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \left(e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} - 1 \right)}. \quad (3)$$

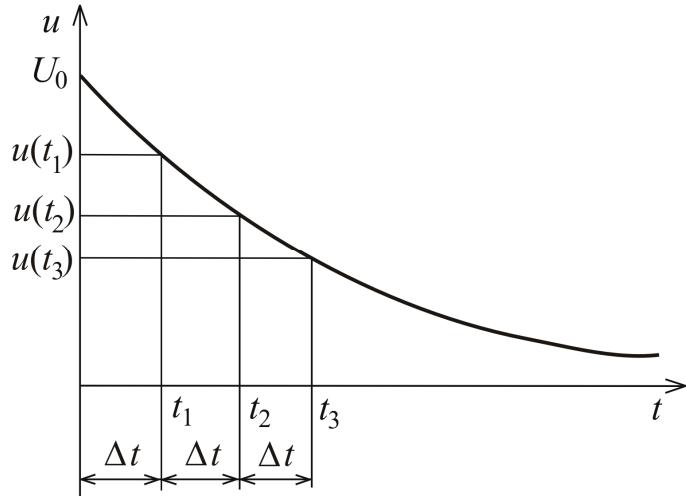


Рис. 1 Временные диаграммы, поясняющие первый метод

Используя выражения (2) и (3), после преобразований получим

$$R_X = \frac{[u(t_3) - u(t_2)][u(t_1)u(t_3) - u^2(t_2)]R_0}{[u(t_2) - u(t_1)]^3}; \quad (4)$$

$$L_X = (R_X + R_0) \left\{ -\frac{\Delta t}{\ln \left[\frac{u(t_3) - u(t_2)}{u(t_2) - u(t_1)} \right]} \right\}. \quad (5)$$

Схема устройства (рис. 2), реализующего метод, содержит источник напряжения постоянного тока ИН; аналоговый ключ КЛ; измерительную цепь ИЦ, состоящую из последовательно включенных образцового сопротивления R_0 и катушки индуктивности, имеющей индуктивность L_X и сопротивление обмотки R_X ; аналого-цифровой преобразователь АЦП; контроллер КНТ.

Устройство работает следующим образом. По сигналу управления с КНТ замыкается ключ КЛ, и напряжение U_0 подается на измерительную цепь ИЦ. Через образцовый интервал времени Δt (момент времени t_1) кон-

троллер запускает АЦП, мгновенное значение сигнала на входе которого равно $u(t_1)$. Данный сигнал преобразуется в код, который поступает в КНТ. Через образцовый интервал времени Δt (в момент времени t_2) контроллер запускает АЦП, мгновенное значение сигнала на входе которого равно $u(t_2)$. Этот сигнал преобразуется в код, который записывается в КНТ.

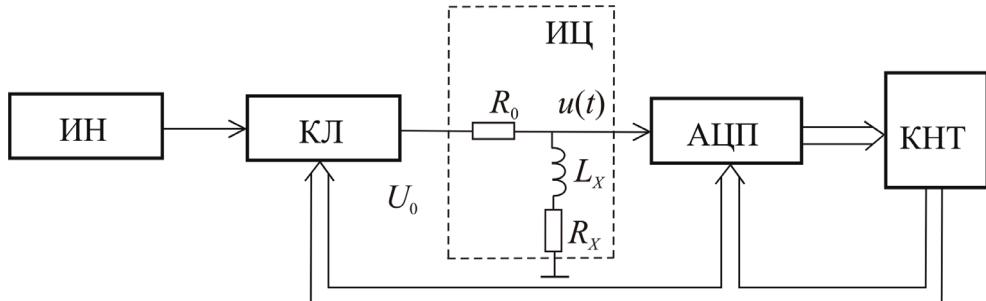


Рис. 2 Схема устройства, реализующего первый метод

Аналогично через такой же интервал времени (момент времени t_3) производится преобразование в код мгновенного значения сигнала $u(t_3)$.

В контроллере производятся вычисления согласно (4) и (5).

В рассматриваемых методах определения параметров ДДЭЦ используется измерение мгновенных значений сигналов с последующей обработкой пропорциональных им цифровых кодов. Использование в цифровых методах и средствах измерения квантования по уровню неизбежно приводит к погрешности (иногда называемой шумом) квантования.

Определим влияние погрешности квантования на погрешность определения R_X и L_X . Для оценки данного вида погрешности будем использовать методику, основанную на том, что точность результата определения информативного параметра может быть оценена по погрешности вычисления значения функции, аргументы которой заданы приближенно, с погрешностями, соответствующими погрешностям квантования мгновенных значений сигнала [2]. Как известно, погрешность вычисления значения какой-либо функции, аргументы которой заданы приближенно, может быть оценена с помощью дифференциала этой функции. Погрешность функции есть не что иное, как возможное приращение функции, которое она получит, если ее аргументам дать приращения, равные их погрешностям. Если известны только предельные абсолютные погрешности аргументов, то при вычислении дифференциалов необходимо для всех производных брать их абсолютные значения.

Если считать, что мгновенные значения напряжений $u(t_1)$, $u(t_2)$ и $u(t_3)$ измеряются с погрешностью преобразования АЦП и абсолютные погрешности измерения равны ΔU_1 , ΔU_2 и ΔU_3 , то предельные абсолютные погрешности определения R_X и L_X согласно (4) и (5) с учетом погрешности квантования аналого-цифрового преобразователя определяются выражениями

$$\Delta R_X = \left| (R_X)'_{u(t_1)} \right| \Delta U_1 + \left| (R_X)'_{u(t_2)} \right| \Delta U_2 + \left| (R_X)'_{u(t_3)} \right| \Delta U_3; \quad (6)$$

$$\Delta L_X = \left| (L_X)'_{u(t_1)} \right| \Delta U_1 + \left| (L_X)'_{u(t_2)} \right| \Delta U_2 + \left| (L_X)'_{u(t_3)} \right| \Delta U_3. \quad (7)$$

Если считать, что $\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U_3 = \Delta U$, где ΔU можно представить как отношение максимального значения напряжения U_0 на входе АЦП к числу уровней квантования, то в соответствии с (6) и (7) относительные погрешности вычисления R_X и L_X равны

$$\delta_R = \frac{(R_0 + R_X)}{2^n R_0 R_X} \left| \frac{2R_X \left(3e^{-\frac{2\Delta t}{\tau}} - 1 \right) + R_0 e^{-\frac{2\Delta t}{\tau}} \left(e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} + 1 \right)^2}{e^{-\frac{2\Delta t}{\tau}} \left(e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} - 1 \right)^2} \right|; \quad (8)$$

$$\delta_L = \frac{\tau(R_0 + R_X)}{\Delta t 2^{n-1} R_0} \left| \frac{e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} + 1}{e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \left(e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} - 1 \right)} \right|, \quad (9)$$

где n – разрядность АЦП.

Анализ выражений (8) и (9) показывает, что результирующие погрешности определения параметров зависят от соотношений $\Delta t/\tau$ и R_X/R_0 .

На рис. 3, 4 приведены графики зависимости δ_R и δ_L от отношений $\Delta t/\tau$ и R_X/R_0 при разрядности АЦП $n = 12$ согласно (8) и (9) соответственно.

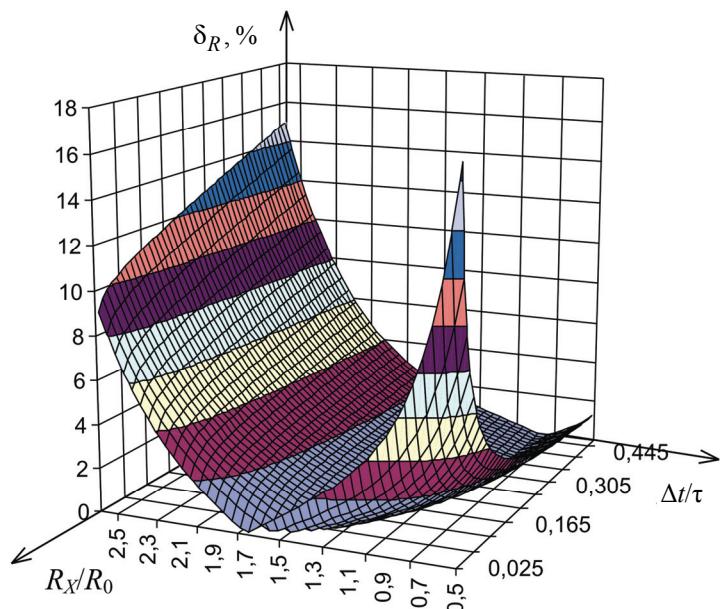


Рис. 3 Зависимость δ_R от $\Delta t/\tau$ и R_X/R_0 при $n = 12$ для первого метода

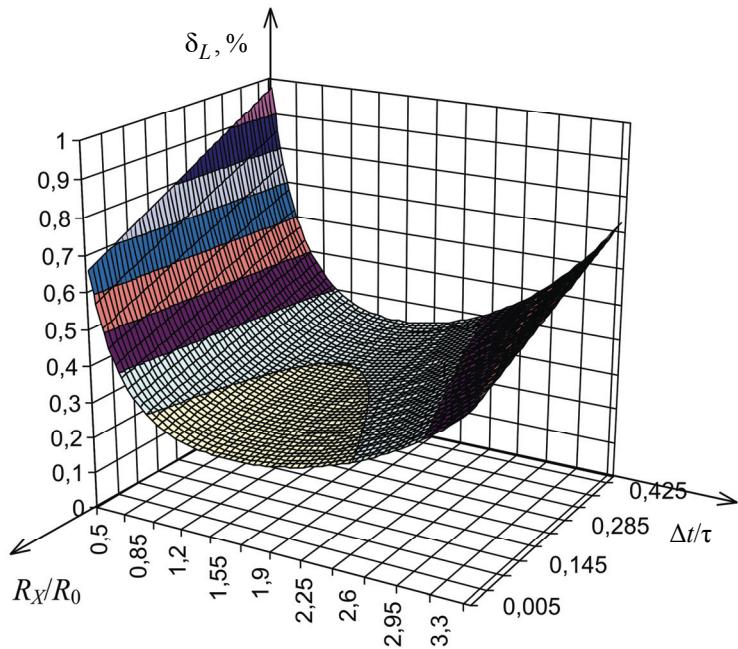


Рис. 4 Зависимость δ_L от $\Delta t/\tau$ и R_X/R_0 при $n = 12$ для первого метода

Анализ выражений (8), (9) и рис. 3, 4 показывает следующее. При длительности образцового интервала времени $\Delta t = (1 \div 2,2)\tau$ относительная погрешность $\delta_R < 2\%$ для любого отношения сопротивлений R_X/R_0 . При длительности образцового интервала времени $\Delta t = (0,8 \div 2,5)\tau$ относительная погрешность $\delta_L < 0,4\%$ для любого отношения сопротивлений R_X/R_0 . Увеличение разрядности АЦП на единицу уменьшает относительную погрешность в два раза.

Недостатком метода является непосредственная связь момента подачи напряжения на измерительную цепь с моментом начала измерения, что не всегда выполнимо в реальных условиях.

Следующий метод обеспечивает устранение данного недостатка за счет использования мгновенных значений двух переходных процессов.

Метод заключается в том, что на ИЦ, состоящую из последовательно включенных образцового резистора с известным значением сопротивления R_0 , катушки индуктивности и второго образцового резистора R_0 , подают напряжение постоянного тока U_0 ; в произвольный момент времени t_1 одновременно измеряют первые мгновенные значения напряжения на катушке индуктивности $u_1(t_1)$ и втором образцовом резисторе $u_2(t_1)$ относительно общей шины; через образцовый интервал времени с момента первого измерения измеряют второе мгновенное значение напряжения на втором образцовом резисторе $u_2(t_2)$ относительно общей шины; через такой же интервал времени измеряют третье мгновенное значение напряжения на втором образцовом резисторе $u_2(t_3)$ относительно общей шины; определяют неизвестные индуктивность и активное сопротивление катушки по измеренным значениям.

Временные диаграммы, поясняющие метод, представлены на рис. 5.

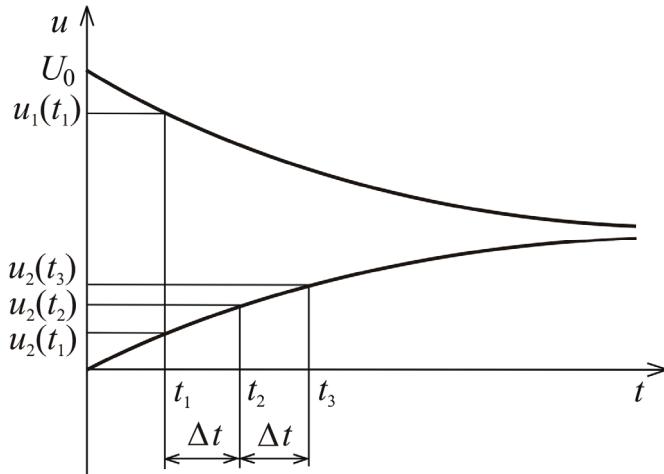


Рис. 5 Временные диаграммы, поясняющие второй метод

Напряжения на катушке индуктивности и образцовом резисторе изменяются в соответствие с выражениями

$$u_1(t) = \frac{U_0}{2R_0 + R_X} \left(R_0 + R_X + R_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \right); \quad u_2(t) = \frac{U_0 R_0}{2R_0 + R_X} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$

Учитывая, что момент начала измерения t_1 неизвестен, составим систему четырех уравнений:

$$\begin{cases} \frac{U_0}{2R_0 + R_X} \left(R_0 + R_X + R_0 e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right) = u_1(t_1), \\ \frac{U_0 R_0}{2R_0 + R_X} \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right) = u_2(t_1), \\ \frac{U_0 R_0}{2R_0 + R_X} \left(1 - e^{-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau}} \right) = u_2(t_2), \\ \frac{U_0 R_0}{2R_0 + R_X} \left(1 - e^{-\frac{t_1 + 2\Delta t}{\tau}} \right) = u_2(t_3), \end{cases} \quad (10)$$

где $\tau = \frac{L_X}{2R_0 + R_X}$.

С учетом мгновенных значений переходных процессов (10) определим следующие отношения:

$$\frac{u_2(t_3) - u_2(t_2)}{u_2(t_2) - u_2(t_1)} = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}; \quad (11)$$

$$\frac{u_2(t_1)}{u_2(t_2) - u_2(t_1)} = \frac{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{e^{-\frac{t_1}{\tau}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right)}; \quad (12)$$

$$\frac{u_1(t_1)}{u_2(t_1)} = \frac{R_0 + R_X + R_0 e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{R_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right)}. \quad (13)$$

Из выражений (11) и (12) следует

$$e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{[u_2(t_2) - u_2(t_1)]^2}{[2u_2(t_2) - u_2(t_3) - u_2(t_1)]u_2(t_2)}. \quad (14)$$

Используя выражения (11), (13) и (14), после преобразований получим

$$R_X = R_0 \frac{[u_1(t_1) - u_2(t_1)][2u_2(t_2) - u_2(t_3) - u_2(t_1)] - 2}{[2u_2(t_2) - u_2(t_3) - u_2(t_1)]u_2(t_2)}; \quad (15)$$

$$L_X = (R_X + 2R_0) \left\{ -\frac{\Delta t}{\ln \left[\frac{u_2(t_3) - u_2(t_2)}{u_2(t_2) - u_2(t_1)} \right]} \right\}. \quad (16)$$

Схема устройства, реализующего метод (рис. 6), дополнительно содержит второй аналого-цифровой преобразователь АЦП2. На рис. 6 ШД – шина данных, ШУ – шина управления.

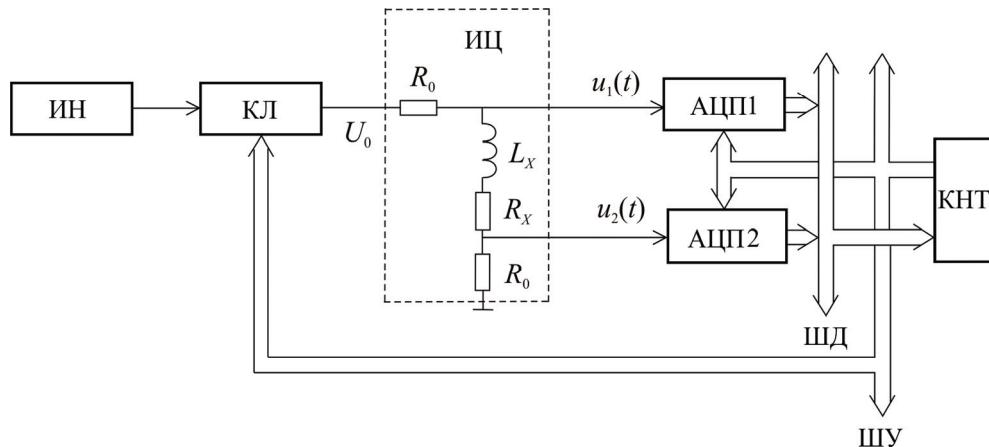


Рис. 6 Устройство, реализующее второй метод

Устройство работает следующим образом. По сигналу управления с КНТ замыкается ключ КЛ и напряжение U_0 подается на измерительную цепь ИЦ. В произвольный момент времени t_1 контроллер одновременно запускает АЦП1 и АЦП2, мгновенные значения сигналов на входах которых соответственно равны $u_1(t_1)$ и $u_2(t_1)$. Данные сигналы преобразуются в соответствующие коды, которые поступают в КНТ. Через образцовый интервал времени Δt (момент времени t_2) контроллер запускает АЦП2, мгновенное значение сигнала на входе которого равно $u_2(t_2)$. Этот сигнал преобразуется в код, который записывается в КНТ.

Аналогично, через такой же интервал времени (момент времени t_3) производится преобразование в код мгновенного значения сигнала $u_2(t_3)$ с помощью АЦП2.

В контроллере производятся вычисления согласно выражениям (15), (16).

Произведем оценку влияния погрешности квантования на погрешность определения R_X и L_X . Если считать, что мгновенные значения напряжений $u_1(t_1)$, $u_2(t_1)$, $u_2(t_3)$ измеряются с погрешностью преобразования АЦП и абсолютные погрешности измерения равны ΔU_{11} , ΔU_{21} , ΔU_{22} и ΔU_{23} , то предельные абсолютные погрешности определения R_X и L_X согласно (15) и (16) с учетом погрешности квантования аналого-цифровых преобразователей определяются выражениями

$$\begin{aligned} \Delta R_X = & \left| (R_X)'_{u_1(t_1)} \right| \Delta U_{11} + \left| (R_X)'_{u_2(t_1)} \right| \Delta U_{21} + \\ & + \left| (R_X)'_{u_2(t_2)} \right| \Delta U_{22} + \left| (R_X)'_{u_2(t_3)} \right| \Delta U_{23}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Delta L_X = & \left| (L_X)'_{u_1(t_1)} \right| \Delta U_{11} + \left| (L_X)'_{u_2(t_1)} \right| \Delta U_{21} + \\ & + \left| (L_X)'_{u_2(t_2)} \right| \Delta U_{22} + \left| (L_X)'_{u_2(t_3)} \right| \Delta U_{23}. \end{aligned} \quad (18)$$

Если считать, что $\Delta U_{11} = \Delta U_{21} = \Delta U_{22} = \Delta U_{23} = \Delta U$, то в соответствии с (17) и (18) относительные погрешности вычисления R_X и L_X равны

$$\begin{aligned} \delta_R = & \frac{(2R_0 + R_X)}{2^n R_0 R_X} \times \\ & \times \frac{\left| R_X \left(2 - e^{-\frac{2\Delta t}{\tau}} + 2e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} - 2e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right) + R_0 \left(4 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} + 2e^{-\frac{t_1}{\tau}} e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} - 4e^{-\frac{2t_1}{\tau}} e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right) \right|}{\left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right)^2}; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\delta_L = \frac{\tau(2R_0 + R_X)}{\Delta t 2^{n-1} R_0} \left| \frac{e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} + 1}{e^{-\frac{t_1}{\tau}} e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right)} \right|. \quad (20)$$

На рис. 7, 8 приведены графики зависимости δ_R и δ_L от отношений $\Delta t/\tau$ и R_X/R_0 при разрядности АЦП $n = 12$ согласно (19) и (20) соответственно для отношения $t_1/\tau = 0,01$.

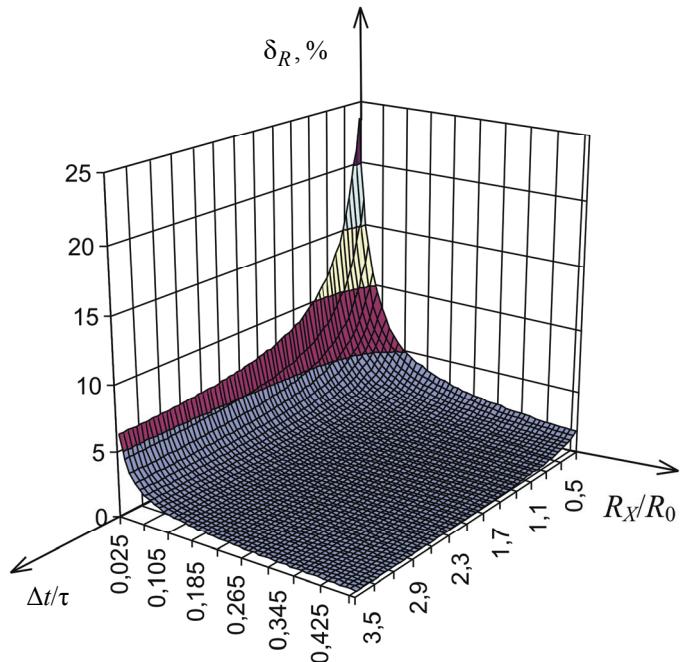


Рис. 7 Зависимость δ_R от $\Delta t/\tau$ и R_X/R_0 при $t_1/\tau = 0,01$ и $n = 12$ для второго метода

Анализ выражений (19), (20) и рис. 7, 8 показывает следующее. При отношении сопротивлений $R_X/R_0 > 0,15$ относительная погрешность $\delta_R < 2\%$ и практически не зависит от длительности образцового интервала времени Δt . При длительности образцового интервала времени $\Delta t = (0,9 \div 2,5)\tau$ относительная погрешность $\delta_L < 0,4\%$ для любого соотношения сопротивлений R_X/R_0 . С увеличением отношения t_1/τ погрешность определения R_X резко возрастает, а L_X – незначительно увеличивается.

Результаты анализа погрешности показывают, что значительное различие между минимальными и максимальными значениями дает возможность снижения погрешности до минимальных значений за счет оптимального выбора соотношения между образцовым интервалом времени и постоянной времени цепи, а также неизвестного сопротивления ДДЭЦ к образцовому сопротивлению.

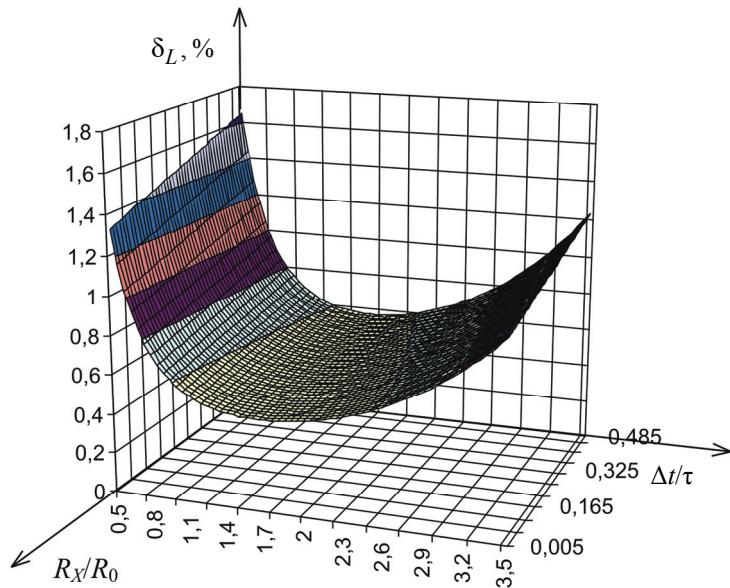


Рис. 8 Зависимость δ_L от $\Delta t/\tau$ и R_X/R_0 при $t_1/\tau = 0,01$ и $n = 12$ для второго метода

Список литературы

1. Мелентьев, В. С. Метод определения параметров катушки индуктивности по мгновенным значениям переходных процессов / В. С. Мелентьев, А. В. Цапаев, Е. В. Костенко // Компьютерные технологии в науке, практике и образовании : труды 7-й Всероссийской межвузовской научно-практической конференции. – Самара : Самарский гос. техн. ун-т, 2008. – С. 6–9.
2. Батищев, В. И. Аппроксимационные методы и системы промышленных измерений, контроля, испытаний, диагностики / В. И. Батищев, В. С. Мелентьев. – М. : Машиностроение-1, 2007. – 394 с.

Мелентьев Владимир Сергеевич
доктор технических наук, доцент,
заведующий кафедрой
информационно-измерительной техники,
Самарский государственный
технический университет

Melentyev Vladimir Sergeevich
Doctor of technical sciences, associate
professor, head of sub-department
of information-measuring technologies,
Samara State Technical University

Костенко Елена Валерьевна
аспирант, Самарский государственный
технический университет

Kostenko Elena Valeryevna
Postgraduate student,
Samara State Technical University

УДК 621.317.33
Мелентьев, В. С.
Методы и средства раздельного определения параметров двухэлементных двухполюсных электрических цепей / В. С. Мелентьев, Е. В. Костенко // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2009. – № 2 (10). – С. 102–112.